



**Profesor
Aldo del Águila**



ARITMÉTICA

GRUPO PITÁGORAS

CONCEPTO:

Es la parte de la aritmética que se encarga del estudio de la correcta formación, lectura y escritura de números.

NÚMERO:

Ente matemático que nos permite cuantificar los elementos de la naturaleza. Nos da la idea de cantidad.

NUMERAL:

Es la representación simbólica de un número.

PRINCIPIOS:

• PRINCIPIOS DEL ORDEN:

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 1 | 5 | 4 | 7 | 2 |
| 5° | 4° | 3° | 2° | 1° |
| O | O | O | O | O |
| R | R | R | R | R |
| D | D | D | D | D |
| E | E | E | E | E |
| N | N | N | N | N |

• PRINCIPIOS DE LA BASE:

Valores de la base: 2; 3; 4; 5;...

• PRINCIPIOS DE LAS CIFRAS:

| BASE | SISTEMA | CIFRAS QUE SE USAN |
|------|-------------|--------------------|
| 2 | Binario | 0 y 1 |
| 3 | Ternario | 0; 1 y 2 |
| 4 | Cuaternario | 0, 1; 2 y 3 |
| 5 | Quinario | 0; 1 ; 2: 3 y 4 |

⋮

⋮

cifras < base

Primera cifra diferente de cero

Ejemplo:

47 953

Valor absoluto (VA): 7

Valor relativo (VR): 7 unidades de millar

CAMBIOS DE BASE:

• DE BASE «n» ($n \neq 10$) A BASE 10:

1) MÉTODO DE DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA:

Ejemplo:

Convertir $2341_{(5)}$ a base 10

$$2341_{(5)} = 2 \times 5^3 + 3 \times 5^2 + 4 \times 5 + 1$$

$$2341_{(5)} = 346$$

2) MÉTODO DE RUFFINI:

Ejemplo:

Convertir $2341_{(5)}$ a base 10

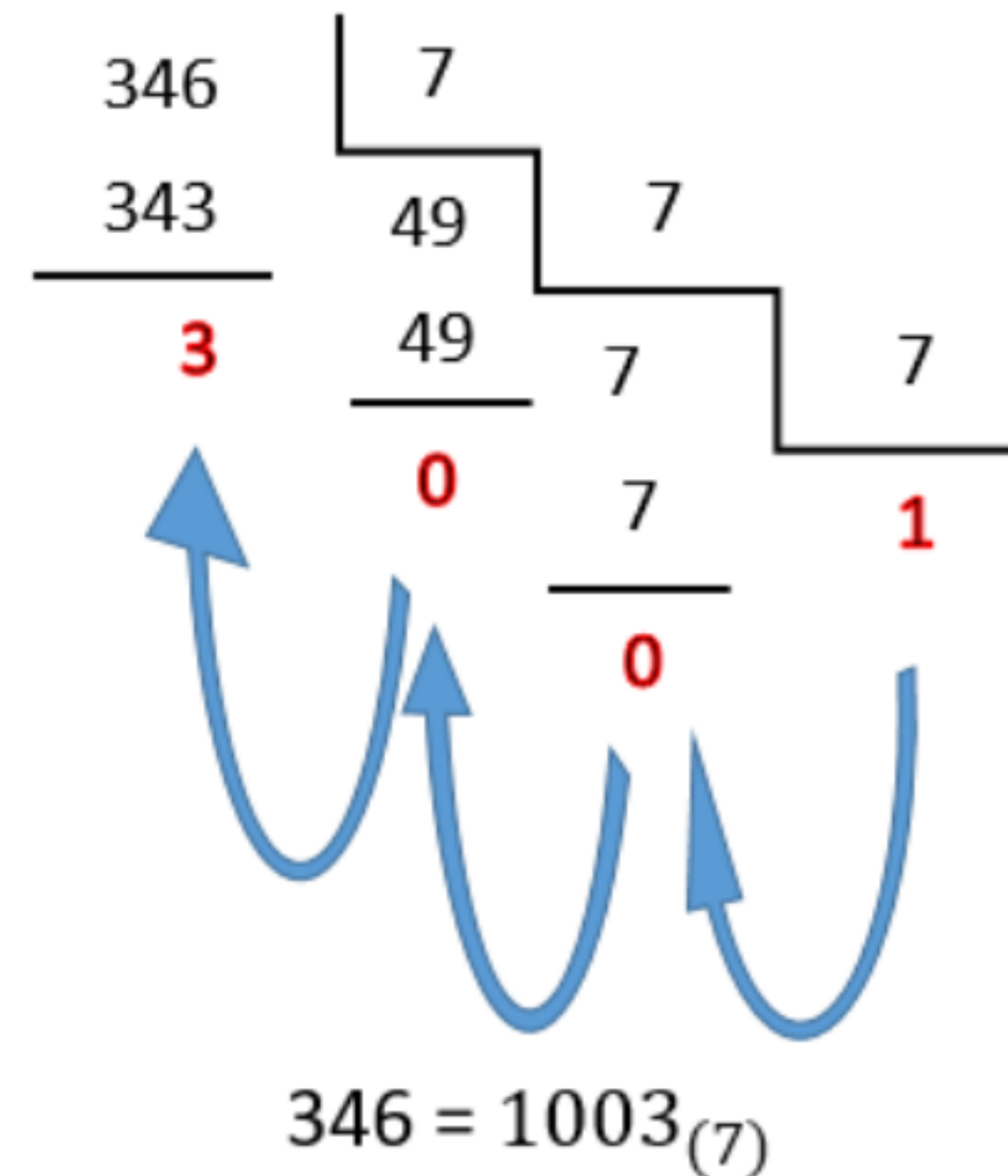
| | 2 | 3 | 4 | 1 |
|---|---|----|----|-----|
| 5 | | 10 | 65 | 345 |
| | 2 | 13 | 69 | 346 |

• DE BASE 10 A BASE «n»: ($n \neq 10$)

MÉTODO DE DIVISIONES SUCCESIVAS :

Ejemplo:

Convertir 346 a base 7





**Profesor
Aldo del Águila**



ARITMÉTICA

GRUPO PITÁGORAS

PROPIEDADES:

1) NUMERAL DE BASES SUCESIVAS:

$$\overline{1a} \overline{1b} \overline{1c} \dots \overline{1z_n} = n + a + b + c + \dots + z$$

Aplicación: * Calcular «n» si se cumple que:

$$\underbrace{24_{19_{19_{19} \dots 19_{(n)}}}}_{24 \text{ veces}} = 558_{(9)}$$

SOLUCIÓN:

Sea: $\underbrace{19_{19_{19} \dots 19_{(n)}}}_{24 \text{ veces}} = E$

I $24_E = 558_9$

II $2E + 4 = 5 \times 9^2 + 5 \times 9 + 8$
 $E = 227$

III Reemplazando $E = 227$
 $\underbrace{19_{19_{19} \dots 19_{(n)}}}_{24 \text{ veces}} = 227$

$$n + \underbrace{9 + 9 + 9 + \dots + 9}_{24 \text{ veces}} = 227$$

$$n + 24 \times 9 = 227$$

$$n = 11$$

RESPUESTA 11

2) NUMERALES EQUIVALENTES:

$$\overline{abcd}_{(m)} = \overline{xyz}_{(n)}$$

$$\begin{array}{c} + \\ \overline{abcd} \end{array} \quad \begin{array}{c} - \\ \overline{xyz} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} + \\ \overline{abcd}_{(m)} \end{array} = \begin{array}{c} - \\ \overline{xyz}_{(n)} \end{array}$$

$$\Rightarrow m < n$$

Aplicación:

* Se sabe que: $\overline{2a6}_{(n)} = \overline{1bb}_{(8)}$

Calcular: $a + b + n$

$$\begin{array}{c} + \\ \overline{2a6}_{(n)} \end{array} = \begin{array}{c} - \\ \overline{1bb}_{(8)} \end{array}$$

$$\Rightarrow n < 8$$

$$\text{II Como: } \text{cifra} < \text{base} \Rightarrow 6 < n$$

$$\text{III } 6 < n < 8 \Rightarrow n = 7$$

IV Reemplazando $n = 7$

$$\overline{2a6}_{(7)} = \overline{1bb}_{(8)}$$

Luego descomposición polinómica:

$$2 \times 7^2 + 7 \times a + 6 = 8^2 + 8b + b$$

$$\text{V } 7a + 40 = 9b$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ 7 \times 2 + 40 = 9 \times 6 \end{array}$$

$$\text{Como: } \text{cifra} < \text{base} \Rightarrow a=2 \text{ y } b=6$$

$$a + b + n = 15$$

RESPUESTA 15

3) MÁXIMO NUMERAL:

$$\underbrace{(\overline{n-1})(\overline{n-1}) \dots (\overline{n-1})}_{k \text{ cifras}}_{(n)} = n^k - 1$$

Ejemplo:

- $555_{(6)} = 6^3 - 1$
- $33333_{(4)} = 4^5 - 1$
- $2222_{(3)} = 3^4 - 1$

Aplicación: PRE SAN MARCOS 2019 I

Si $\underbrace{\overline{bbb \dots b}}_{10 \text{ cifras}}_{(b+1)} = \overline{590cd}$, halle $b + c + d$

SOLUCIÓN:

Aplicando la propiedad máximo numeral:

$$\begin{aligned} (b+1)^{10} - 1 &= \overline{590cd} \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \downarrow \\ (\color{red}{2}+1)^{10} - 1 &= 590\color{red}{48} \\ b=2, c=4 \text{ y } d=8 \end{aligned}$$

$$b + c + d = 14$$

RESPUESTA 14

4) EXISTENCIA DE UN NUMERAL:

Si N tiene «k» cifras en base «b», entonces:

$$b^{k-1} \leq N < b^k$$

Ejemplo:

Si N tiene 4 cifras en base 6, entonces:

$$\begin{aligned} \Rightarrow 6^3 &\leq N < 6^4 \\ 216 &\leq N < 1296 \end{aligned}$$

Aplicación:

¿Cuántos números naturales se escriben con tres cifras tanto en base 9 como en base 11?

SOLUCIÓN:

I Como X tiene 3 cifras en base 9, entonces:

$$9^2 \leq X < 9^3 \quad \Rightarrow \quad 81 \leq X < 729 \dots\dots(a)$$

II Como X tiene 3 cifras en base 11, entonces:

$$11^2 \leq X < 11^3 \quad \Rightarrow \quad 121 \leq X < 1331\dots\dots(b)$$

III intersectando (a) y (b):

$$121 \leq X < 729$$

$$X : 121, 122; 123; \dots; 728$$

$$\boxed{(\text{Último término} - \text{primer término}) + 1}$$

$$728 - 121 + 1 = 608$$

RESPUESTA 608

CAMBIOS DE BASE ESPECIALES:

- **DE BASE n A BASE n^k :** $k \in \mathbb{Z}^+$

Ejemplo:

Convertir $\boxed{21011203121}_{(4)}$ a base 64
 $64 = 4^3$

$$21_{(4)} = 2 \times 4 + 1 = 9$$

$$011_{(4)} = 1 \times 4 + 1 = 5$$

$$203_{(4)} = 2 \times 4^2 + 3 = 35$$

$$121_{(4)} = 1 \times 4^2 + 2 \times 4 + 1 = 25$$

➡ $95(35)(25)_{(64)}$

- **DE BASE n^k A BASE n :** $k \in \mathbb{Z}^+$

Ejemplo:

Convertir $5972(31)_{(81)}$ a base 3 $81 = 3^4$

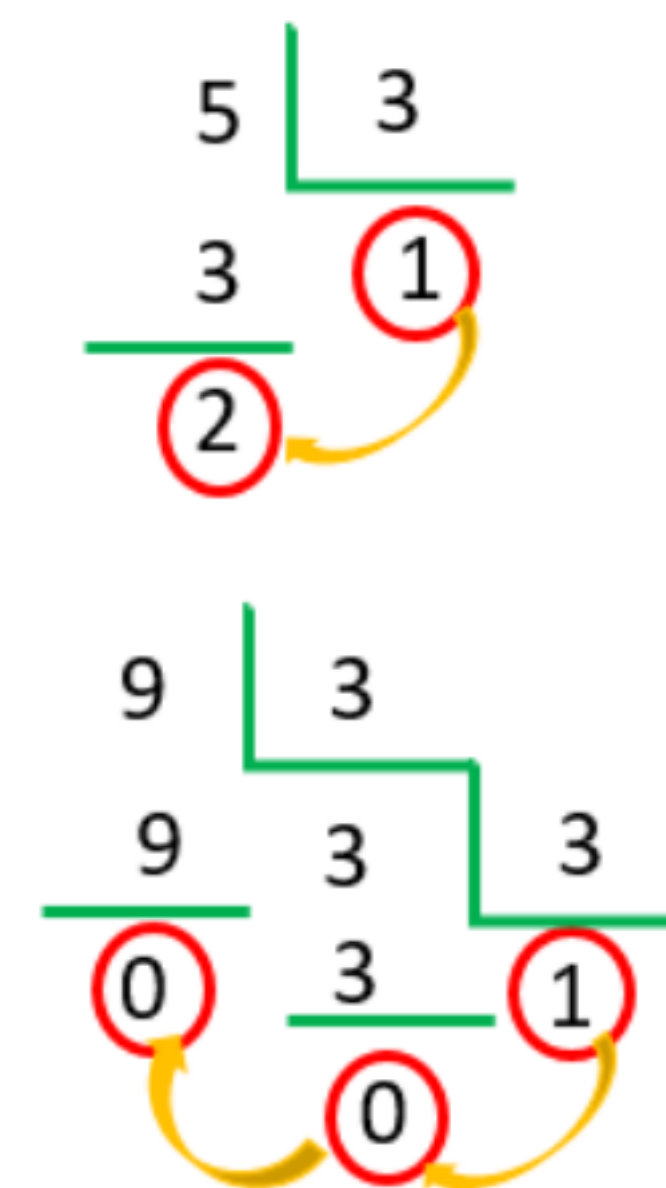
$$5 = 12_{(3)}$$

$$9 = 0100_{(3)}$$

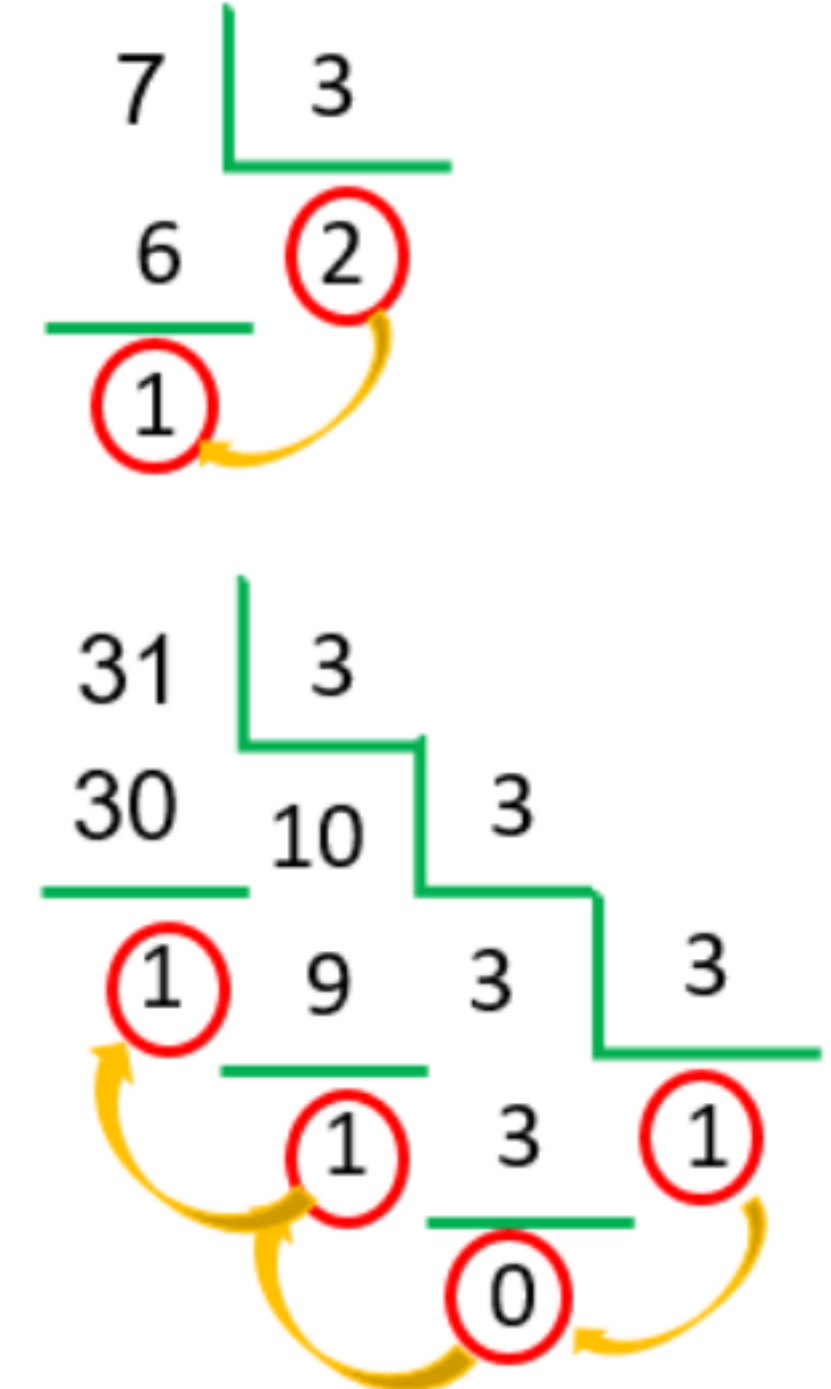
$$7 = 0021_{(3)}$$

$$2 = 0002_{(3)}$$

$$31 = 1011_{(3)}$$



➡ $120100002100021011_{(3)}$



CEPREUNI 2019 II

1) Si $\overline{aaa}_{(a+2)} = 637_{(a+3)}$ Calcule el valor que toma a.

~~A) 7~~

B) 8

C) 9

D) 10

E) 11

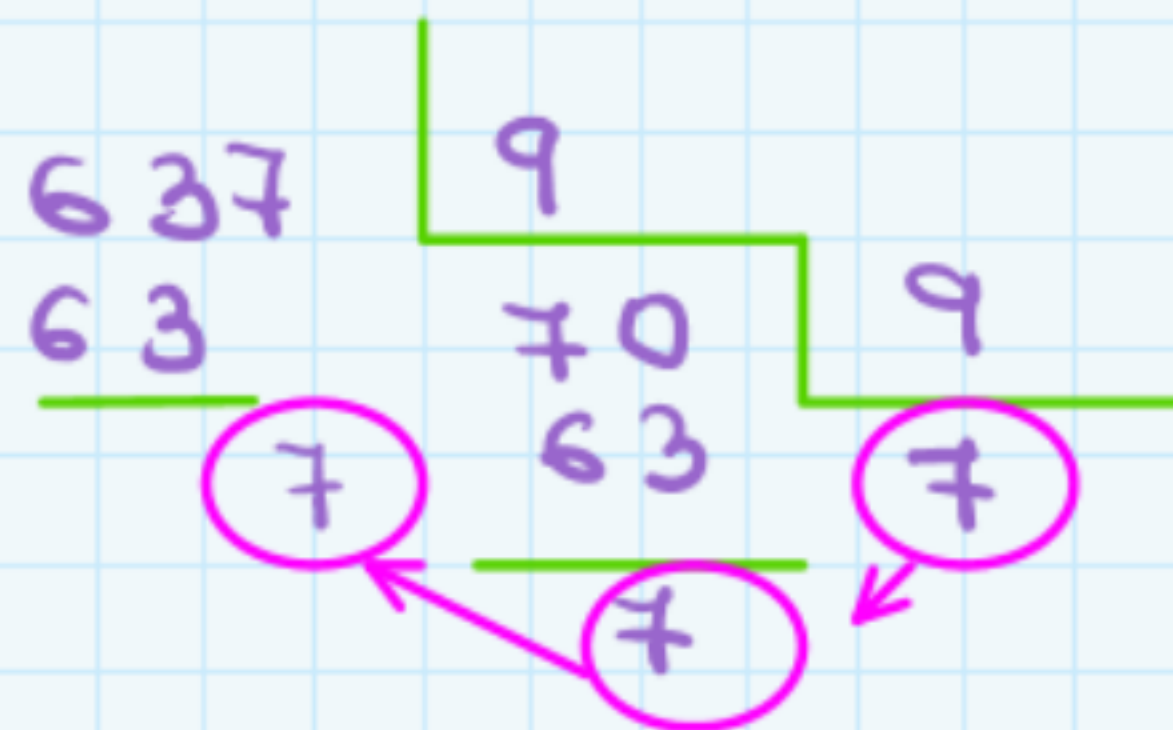
PROPIEDAD NUMERALES EQUIVALENTES

$$\overline{aaa}_{(a+2)} = \overline{637}_{(a+3)}$$

$$\overline{aaa} > 637$$

$$\text{Si } a = 7 \longrightarrow \overline{777}_{(9)} = 637$$

$$\therefore a = 7$$



CEPREUNI 2019 II

2) Si $\underbrace{\overline{aaa \dots aa}}_{k \text{ cifras}}_{(2)} = \overline{1xyz}$ Calcule el valor que toma $a + x + y + z + k$.

A) 12

B) 14

~~C) 16~~

D) 18

E) 20

$a \neq 0$

$$\overbrace{aaa \dots a}^{k \text{ cifras}}_{(2)} = \overline{1xyz}$$

$a = 1$

$$\overbrace{111 \dots 1}^{k \text{ cifras}}_{(2)} = \overline{1xyz}$$

PROPIEDAD: MÁXIMO NUMERAL

$$2^k - 1 = \overline{1xyz}$$

$k = 10$

$$2^{10} - 1 = \overline{1xyz}$$

$$1023 = \overline{1xyz}$$

$$x = 0 \quad y = 2 \quad z = 3$$

CEPREUNI 2019 II

3) Sabiendo que $\overline{abab}_{(5)} = \overline{(a+b)3a}_{(9)}$ Calcule \overline{ab} en base ocho y dar como respuesta la suma de cifras.

A) 6

~~B) 8~~

C) 10

D) 12

E) 14

$$\overline{abab}_{(5)} = \overline{(a+b)3a}_{(9)}$$

$$a \cdot 5^3 + b \cdot 5^2 + a \cdot 5 + b = (a+b) \cdot 9^2 + 3 \cdot 9 + a$$

$$130a + 26b = 81a + 81b + 27 + a$$

$$\underbrace{48a}_3 = 55b + \underbrace{27}_3$$

CIFRA < BASE

$$a < 5$$

$$b < 5$$

$$55b = 3$$

$$55 \neq 3$$

$$b = 3$$

ENTONCES

$$48a = 55b + 27$$

$$b=3 \rightarrow 48a = 55(3) + 27$$

$$a = 4$$

LUEGO:

$$\overline{ab} = 43$$

$$\begin{array}{r} 43 \overline{) 8} \\ 40 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$43 = 53_{(8)}$$

$$\text{PIDEN: } \therefore 5 + 3 = 8$$

CEPREUNI 2019 II

4) Convertir el número: $N = 5x8^5 + 20x8^4 + 17x8^3 + 3x8^2 + 26x8 + 11$

Al sistema de numeración de base ocho y dar como respuesta la suma de las cifras del número obtenido.

- A) 26 B) 28 C) 52 D) 56 E) 82

$$5 \cdot 8^6 + 20 \cdot 8^5 + 17 \cdot 8^4 + 3 \cdot 8^3 + 26 \cdot 8^2 + 11 \cdot 8^1$$

$$5(20)(17)3(26)(11)_{(8)}$$

$$5(20)(17)3(27)3_{(8)}$$

$$5(22)1633_{(8)}$$

$$761633_{(8)}$$

QIFRAS < BASE

$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 8} \\ 8 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \overline{) 8} \\ 24 \\ \hline 3 \end{array}$$

PIDEN:

$$7 + 6 + 1 + 6 + 3 + 3 = 26$$

$\therefore 26$

EJEMPLOS:

CONVERTIR A BASE 13

$$2 \times 13 + 5 \times 13^4 + 8 \times 13^6 + 4$$

$$8 \times 13^6 + 0 \times 13^5 + 5 \times 13^4 + 0 \times 13^3 + 0 \times 13^2 + 2 \times 13 + 4$$
$$8050024_{(13)}$$

$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 81} \\ \underline{88} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 27 & 8 \\ 24 & 3 \\ \hline & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 17 & 8 \\ 16 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 22 & 8 \\ 16 & 2 \\ \hline & 6 \end{array}$$

CEPREUNI 2019 II

5) Calcule la suma de cifras de N al ser expresado en base diez, siendo

$$N = \overline{aa}_b + \overline{ab}_c + \overline{(d+1)3d}_6 + \overline{bc0}_d$$

- A) 8 B) 9 C) 10 ~~D) 11~~ E) 12

CIFRAS < BASE

$$a \neq 0$$

$$\overline{aa}_{(b)}$$

$$a < b$$

$$\overline{ab}_{(c)}$$

$$b < c$$

$$\overline{bc0}_{(d)}$$

$$c < d$$

$$\overline{(d+1)3d}_{(6)}$$

$$d+1 < 6$$

$$\rightarrow d < 5$$

$$a \neq 0$$

$$a < b < c < d < 5$$

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix}$$

$$a=1 \quad b=2 \quad c=3 \quad d=4$$

$$\overline{aa}_{(b)} = 11_{(2)} \rightarrow 11_{(2)} = 1 \times 2 + 1 = 3$$

$$\overline{ab}_{(c)} = 12_{(3)} \rightarrow 12_{(3)} = 1 \times 3 + 2 = 5$$

$$\overline{(d+1)3d}_{(6)} = 534_{(6)} \rightarrow 534_{(6)} = 5 \times 6^2 + 3 \times 6 + 4 = 202$$

$$\overline{bc0}_{(d)} = 230_{(4)} \rightarrow 230_{(4)} = 2 \times 4^2 + 3 \times 4 = 44$$

$$N = 3 + 5 + 202 + 44$$

$$N = 254$$

$$\text{Piden: } \therefore 2 + 5 + 4 = 11$$

6) Si al expresar "E" en base "n" la suma de cifras es 17, donde:

$$E = 3n^6 - 3n^5 + 2n^3 + 3n - 2; n > 2.$$

Indique la suma de cifras de "E" al expresarlo en base "n".

- A) 30 B) 45 C) 60 D) 80 E) 90

Dato: $n > 2$

$$\textcircled{3}n^6 + \textcircled{-3}n^5 + \textcircled{0}n^4 + \textcircled{2}n^3 + \textcircled{0}n^2 + \textcircled{3}n + \textcircled{-2}$$

$$\begin{array}{r} 3(-3)0203(-2)_{(n)} \\ \hline 2(n-3)0202(n-2)_{(n)} \end{array}$$

DATO: SUMA DE CIFRAS = $2 + n - 3 + 2 + 2 + n - 2 = 17$
 $n = 8$

Ejemplo:

CONVERTIR A BASE 7

$$\begin{array}{l} 5 \times 7^5 - 8 \times 7^4 + 0 \times 7^3 + 4 \times 7^2 - 2 \times 7 + 1 \\ \textcircled{5} \times 7^5 - \textcircled{8} \times 7^4 + \textcircled{0} \times 7^3 + \textcircled{4} \times 7^2 - \textcircled{2} \times 7 + \textcircled{1} \\ \begin{array}{r} 7+7 \quad \quad 7 \\ 5(-8)0\boxed{4}(-2)1_{(7)} \\ \quad \quad \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad 360351_{(7)} \end{array} \end{array}$$

$n = 8$

$$2(n-3)0202(n-2)_{(8)} = \boxed{2}\boxed{5}\boxed{0}\boxed{2}\boxed{0}\boxed{2}\boxed{6}_{(8)}$$

CONVERTIR A BASE 8

$$2_{(8)} = 2$$

$$50_{(8)} = 5 \times 8 = 40$$

$$20_{(8)} = 2 \times 8 = 16$$

$$26_{(8)} = 2 \times 8 + 6 = 22$$

$$2(40)(16)(22)_{(64)}$$

PIDEN: $2 + 40 + 16 + 22 = 80$
 $\therefore 80$

CEPREUNI 2019 II

BASE 8

7) Si un número del sistema octal termina en 66. ¿En qué cifras termina en el sistema cuaternario?

- A) 213 B) 231 C) 321 ~~D) 312~~ E) 612

$E = ab \dots 66_{(8)}$ CONVERTIR A BASE 4

i) CONVERTIR A BASE 2

$ab \dots 66_{(8)}$ $8 = 2^3$

$6 = 110_{(2)}$

$6 = 110_{(2)}$

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ \hline 6 & 3 \quad 2 \\ \hline & 2 \quad 1 \\ & 0 \quad 1 \end{array}$$

$ab \dots 66_{(8)} = cd \dots 110110_{(2)}$

ii) $cd \dots 110110_{(2)}$ CONVERTIR A BASE 4 = 2

$11_{(2)} = 1 \times 2 + 1 = 3$

$01_{(2)} = 0 \times 2 + 1 = 1$

$10_{(2)} = 1 \times 2 = 2$

$fg \dots 312_{(4)}$

$\therefore 312$

8) ¿En cuántos sistemas de numeración se representa con 3 cifras, el siguiente número capicúa $\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{6}{b}\right)a(b-2)_{(5)}$?

- A) 9 B) 8 C) 6 D) 2 E) 1

$$\overline{\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{6}{b}\right)a(b-2)_{(5)}} \text{ ES NUMERAL CAPICÚA}$$

$$\frac{a}{2} = b - 2$$

$$a = 2(b - 2)$$

$$\frac{6}{b} = a$$

$$6 = a \cdot b$$

$$6 = 2(b - 2) \cdot b$$

$$3 = (b - 2) \cdot b$$

$$3 = (3 - 2) \cdot 3$$

$$b = 3$$

REEMPLAZANDO

$$a = 2(b - 2)$$

$$a = 2(3 - 2)$$

$$a = 2$$

$$a = 2$$

$$b = 3$$

$$\overline{\left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{6}{b}\right)a(b-2)_{(5)}} = 1221_{(5)} = 1 \times 5^3 + 2 \times 5^2 + 2 \times 5 + 1$$

$$1221_{(5)} = 186$$

EJEMPLOS:

NÚMEROS CAPICÚAS

$$434$$

$$\overline{aba}$$

$$7227$$

$$\overline{abba}$$

$$59895$$

$$\overline{abcba}$$

186 TIENE 3 CIFRAS EN BASE X

PROPIEDAD: EXISTENCIA DE UN NUMERAL

$$x^2 \leq 186 < x^3$$

$$x = 6 \rightarrow 6^2 = 36 \leq 186 < 216 = 6^3$$

$$x = 7 \rightarrow 7^2 = 49 \leq 186 < 343 = 7^3$$

⋮

⋮

$$x = 13 \rightarrow 13^2 = 169 \leq 186 < 2197 = 13^3$$

$$x: \underline{6, 7, \dots, 13}$$

∴ 8 VALORES

9) ¿Cuántos números de 3 cifras en base diez, se escriben con 3 cifras iguales en el sistema octal?

A) 7

B) 6

C) 5

D) 4

E) 6

$$\overline{abc} = \overline{nnn}_8$$

$$\overline{abc} = n \times 8^2 + n \times 8 + n$$

$$\overline{abc} = 73n$$

MÍNIMO

MÁXIMO

$$100 \leq 73n \leq 999$$

$$1,3 \leq n \leq 13,6$$

$$n: 2, 3, 4, \dots, 13$$

CÍFRA < BASE

$$n < 8$$

$$n: 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

6 VALORES

∴ 6 NÚMEROS

CEPREUNI 2019 II

10) La edad de un abuelo, es un número de dos dígitos distintos y la edad de su hijo tiene los mismos dígitos, pero en orden invertido, tiene dos nietos cuyas edades son los dígitos de la edad del abuelo. La edad del padre es cinco veces la edad del mayor. Calcule la relación de la edad del abuelo con la del nieto menor.

A) 13

B) $\frac{53}{13}$

~~C) 26~~

D) 39

E) $\frac{9}{2}$

$a > b$

EDAD DEL ABUELITO: \overline{ab}

EDAD DE PADRE: \overline{ba}

EDAD DEL NIETO MAYOR: a

EDAD DEL NIETO MENOR: b

DATO: $\overline{ba} = 5a$

$$10b + a = 5a$$

$$10b = 4a$$

$$5b = 2a$$

$$\frac{5}{2} = \frac{a}{b}$$

$$a < 10$$

$$b < 10$$

$$a = 5 \quad b = 2$$

$$\overline{ab} = 52$$

$$b = 2$$

PIDEN: $\therefore \frac{52}{2} = 26$